Tentamen FTV 1 18.06.2013

n 1

a). De energiebalans:

$$0 = \Phi_{M_1}\left(u_1 + \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{v_1^2}{2} + g z_1\right) - \Phi_{M_2}\left(u_2 + \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{v_2^2}{2} + g z_2\right);$$

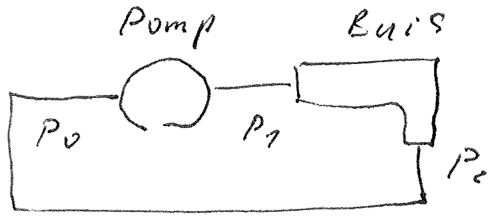
$z_1 = z_2$, $\Phi_{M_1} = \Phi_{M_2}$, $\rho_1 = \rho_2$, $v_1 = v_2$

$$u_1 + \frac{p_1}{\rho} = u_2 + \frac{p_2}{\rho};$$

$$c_V (T_2 - T_1) = \frac{p_1 - p_2}{\rho}$$

$$\Delta T = \frac{\Delta p}{\rho \cdot c_V} = \frac{10^5}{10^3 \cdot 4{,}2 \cdot 10^3} \approx 0.024\ K$$

b)



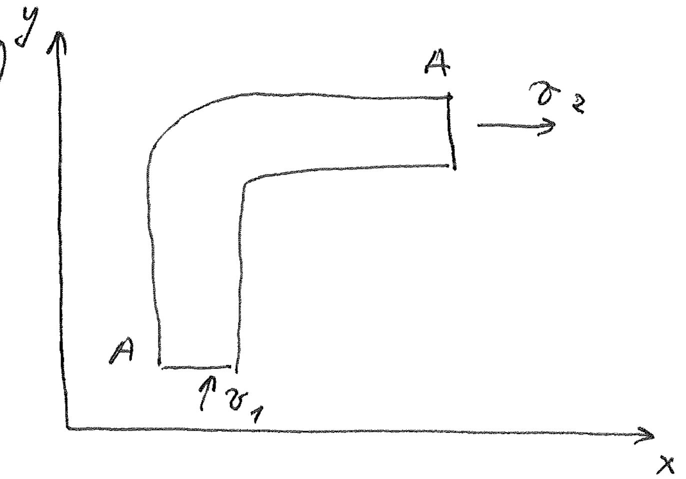
De energiebalans voor de pomp:

$$0 = \Phi_M\left(\frac{p_0}{\rho} - \frac{p_1}{\rho}\right) + \Phi_W$$

$p_0 = p_1$ en $\Phi_W = \dfrac{\Phi_M \cdot \Delta p}{\rho} = \dfrac{\rho \cdot v \cdot \pi D^2}{4\rho} \Delta p =$

$$= \frac{\pi}{4} v \cdot D^2 \cdot \Delta p = \frac{3.14}{4} \cdot 5 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 10^5 = 981\ W$$

c)



Impuls balans in de y-richting

$$0 = \rho v_1 A_1 \cdot v_1 - \rho v_2 \cdot A_2 \cdot 0 + \sum F_y = \rho v_1^2 \cdot A + p_1 \cdot A + F_{y,w\to f}$$

$$F_{y,w\to f} = -\rho v_1^2 A - p_1 A$$

Impuls balans in de x-richting

$$0 = \rho v_1 A_1 \cdot 0 - \rho v_2 A_2 \cdot v_2 + \sum F_x = -\rho v_2^2 A - p_2 \cdot A + F_{x,w\to f}$$

$$F_{x,w\to f} = \rho v_2^2 A + p_2 A$$

Totale kracht ~~$F_{x,w}$~~ $F_{w\to f} = \sqrt{F_{x,w\to f}^2 + F_{y,w\to f}^2}$

$$= \sqrt{(\rho v^2 A + p_1 A)^2 + (\rho v^2 A + p_2 A)^2} =$$

$$\cancel{= \sqrt{(10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{\pi}{4} 25 \cdot 10^{-4} + 5 \cdot 10^5}}$$

$$= A \cdot \sqrt{(\rho v^2 + p_1)^2 + (\rho v^2 + p_2)^2} =$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{(10^3 \cdot 25 \cdot \cancel{10^{-4}} + 5 \cdot 10^5)^2 + (10^3 \cdot 25 + 4 \cdot 10^5)^2} =$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{(5{,}25 \cdot 10^5)^2 + (4{,}25) 10^5)^2} =$$

$= 1326$ N

Volgens de 3 wet van Newton ~~heeft~~ ~~is~~ heeft de kracht van de vloeistof op de wand dezelfde waarde.

N 2

a) De laser puls moet veel langer zijn dan de tijd van penetratie van warmte binnen het deeltje. Of de penetratie lengte moet veel groter zijn dan radius $\frac{D}{2}$.

$$L = \sqrt{\pi \alpha t} >> \frac{D}{2}$$

$$L = \sqrt{\pi \cdot 6 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-6}} = 5 \cdot 10^{-4}\, m = 5 \cdot 10^{5}\, nm >> 5\, nm$$

De penetratie lengte is veel groter dan radius van het deeltje $\Rightarrow$ Er is genoeg tijd om het deeltje op te warmen.

b) De warmtebalans voor het afkoelen van het deeltje:

$$\frac{d}{dt}\left(\rho V c_p \bar{T}\right) = A h \left(T_1 - \bar{T}\right)$$

$$T - T_1 = C e^{-\frac{Ah}{\rho V \cdot c_p} t}$$

In het begin $\bar{T} = T_0 \Rightarrow$

$$\bar{T} - T_1 = \left(T_0 - T_1\right) e^{-\frac{Ah}{\rho V c_p} t}$$

$$\frac{A h t}{\rho \cdot V c_p} = \ln \frac{T_0 - T_1}{\bar{T} - T_1}$$

$$t = \frac{\rho V c_p}{A h} \ln \frac{T_0 - T_1}{\bar{T} - T_1}$$

$$t = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot C_p}{4\pi R^2 \cdot h} \ln \frac{T_0 - T_1}{\bar{T} - T_1} = \frac{\rho R C_p}{3h} \ln \frac{T_0 - T_1}{\bar{T} - T_1}$$

$$t = \frac{2{,}7 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-9} \cdot 0{,}7 \cdot 10^3}{3 \cdot 10 \cdot 10^7} \ln 2 = 2{,}18 \cdot 10^{-11}\ s = 0{,}02\ ns$$

c) De warmteoverdrachtscoefficient voor het afkoelen van een lichaam met de dikte R is

$$h = \frac{\lambda}{R}$$

Voor silica: $h_{SiO_2} = \frac{1{,}4}{5 \cdot 10^{-9}} = 0{,}7 \cdot 10^9 \frac{J}{s \cdot m^2 K}$

De gegeven warmteoverdrachtscoefficient

$h = 10^7 \frac{J}{s \cdot m^2 \cdot K}$, daarom

$$1/h \ll 1/h_{SiO_2}$$

Hiervoor volgt dat de warmteweerstand van het nanodeeltje veel kleiner is dan die van de omgeving.

n 3

a) $\mathcal{L} = f(D, v, \alpha)$

$[D] = m, \quad [v] = \frac{m}{s}, \quad [\alpha] = \frac{m^2}{s}$

4 variabelen en 2 basiseenheden => 2 dimensieloze groepen

b) $m = m^{\beta_1} \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^{\beta_2} \cdot \left(\frac{m^2}{s}\right)^{\beta_3}$

$m: \quad 1 = \beta_1 + \beta_2 + 2\beta_3 \qquad \beta_3 = 1 - \beta_1$

$s: \quad \beta_2 + \beta_3 = 0 \qquad \beta_2 = \beta_1 - 1$

$\mathcal{L} = K \cdot D^{\beta_1} \cdot v^{\beta_1 - 1} \cdot \alpha^{1-\beta_1} = K \cdot \frac{\alpha}{v} \left(\frac{D \cdot v}{\alpha}\right)^{\beta_1}$

$\Rightarrow \frac{\mathcal{L} \cdot v}{\alpha} = f\left(\frac{Dv}{\alpha}\right)$

c) $\mathcal{L} = \frac{\alpha}{v} \cdot f\left(\frac{Dv}{\alpha}\right)$

$\mathcal{L}$ is evenredig met v alleen als $f \sim \left(\frac{Dv}{\alpha}\right)^2$

$\Rightarrow \mathcal{L} = \frac{\alpha}{v} \cdot C \frac{D^2 v^2}{\alpha^2} = C \frac{D^2 v}{\alpha}$

$\mathcal{L}$ is evenredig met D^2.

a) Omdat de hoogte van de cilinder ~~veranderd~~ niet verandert tijden het oplossen van het zoutkristal, is de massastroom van moleculen via de onder- en bovenzijde van ~~het kristal~~ de cilinder verwaarloos klein is. In dit geval wordt de massabalans als

$$\frac{dM}{dt} = -\phi_M'' A = -\phi_M'' \cdot 2\pi R H = -k c^* \cdot 2\pi R H$$

$$M = \rho \cdot V = \rho \pi R^2 \cdot H$$

$$\frac{d}{dt}\left(\rho \pi R^2 H\right) = -k c^* \cdot 2\pi R H$$

$$\frac{d}{dt}\left(\rho R^2\right) = -2k c^* \cdot R \qquad 2R\frac{dR}{dt} = \frac{-2k c^* R}{\rho}$$

$$\frac{dR}{dt} = -\frac{k c^*}{\rho};$$

b) sherwood getal $Sh = k\frac{2R}{D} \Rightarrow k = \frac{Sh \cdot D}{2R}$

$$\frac{dR}{dt} = -\frac{Sh \cdot D \cdot c^*}{2R\rho}$$

$$R\,dR = -\frac{Sh \cdot D c^*}{2\rho}\,dt$$

$$\frac{R^2}{2} = -Sh \cdot \frac{D c^*}{2\rho} t + C$$

$$R\Big|_{t=0} = \frac{d_0}{2} \Rightarrow C = \frac{d_0^2}{8}$$

$$R^2 = -\frac{Sh \cdot D c^*}{\rho} t + \frac{d_0^2}{4}$$

$$R\Big|_{t=t_0} = 0 \Rightarrow -\frac{Sh \cdot D c^*}{\rho} t_0 + \frac{d_0^2}{4} = 0$$

$$Sh = \frac{\rho d_0^2}{4 D c^* \cdot t_0} = \frac{2{,}2 \cdot 10^3 \cdot (10^{-3})^2}{4 \cdot 10^{-9} \cdot 360 \cdot 100} = 15{,}3$$

7

c) $$R^2 = -\frac{8k \cdot D \cdot c^\alpha}{\rho} t + \frac{d_0^2}{4}$$

$$R^2 = -\frac{8k \cdot D \cdot c^\alpha \cdot t_0}{\rho \cdot t_0} \cdot \frac{t}{t_0} + \frac{d_0^2}{4}$$

$$R^2 = -\frac{d_0^2}{4} \cdot \frac{t}{t_0} + \frac{d_0^2}{4}$$

$$R^2 = \frac{d_0^2}{4}\left(1 - \frac{t}{t_0}\right)$$

$$R = \frac{d_0}{2}\sqrt{1 - \frac{t}{t_0}} \qquad \cancel{t = t_0\left(\frac{d_0^2}{4} - R^2\right)}$$

$$\cancel{R = \frac{d_0}{4} \Rightarrow t = t_0\left(\frac{d_0^2}{4} - \frac{d_0^2}{16}\right) = \frac{3}{4} d_0^2 \cdot t_0}$$

$$1 - \frac{t}{t_0} = \frac{4R^2}{d_0^2}$$

$$t = t_0\left(1 - \frac{4R^2}{d_0^2}\right), \quad R = \frac{d_0}{4}$$

$$\Rightarrow t = t_0\left(1 - \frac{1}{4}\right) = t_0 \cdot \frac{3}{4} = 75\,s$$